

Svar till instuderingsfrågor kapitel 3

1. En klocka som rör sig i förhållande till en observatör går enligt denne långsammare än en likadan klocka i vila. Se vidare boken sid 39.
2. Ett föremål som rör sig i förhållande till en observatör är enligt denne kortare i sin rörelseriktning än ett likadant föremål i vila. Se vidare boken sid 43.
3. Alla inertial-observatörer tycker att det är *alla andras* klockor och linjaler som tickar för långsamt eller är för korta. I den meningen är de alla likvärdiga. Se boken sid 40-41 respektive 44.

4.

a) $v = 0,2 c$

$$L = 5,83 \cdot 10^{12} \text{ meter}$$

$$T_{\text{jord}} = \frac{L}{v} = \frac{5,83 \cdot 10^{12}}{0,2 \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 97\,200 \text{ s} \approx 27,0 \text{ timmar}$$

b) $T_{\text{jord}} = \frac{T_{\text{Astrid}}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

$$T_{\text{Astrid}} = T_{\text{jord}} \sqrt{1 - v^2/c^2} \approx 27,0 \cdot \sqrt{1 - 0,2^2} \approx 26,4 \text{ timmar}$$

c) Längdkontraktionsformeln ger

$$L_{\text{Astrid}} = L \sqrt{1 - v^2/c^2} = 5,83 \cdot 10^{12} \cdot \sqrt{1 - 0,2^2} \approx 5,71 \cdot 10^{12} \text{ meter}$$

Alternativ lösning:

$$L_{\text{Astrid}} = v \cdot T_{\text{Astrid}} = 0,2 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 95\,200 \text{ s} \approx 5,71 \cdot 10^{12} \text{ meter}$$

5. *B*:s stav är längst. Varför? Jo, observera att enligt *A*:s samtidighet så är stavarna lika långa. Men vi vet att *A* uppfattar *B*:s stav som längdkontraherad. Alltså måste dess verkliga längd (alltså, dess vilolängd) vara längre än *A*:s.
6. Den uppfattade längden $L = L_0/2$ där L_0 är vilolängden. Längdkontraktionsformeln ger

$$\frac{L_0}{2} = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Om man löser ut v ur detta får man resultatet $v = \frac{\sqrt{3} c}{2}$.

7.

- a) Pollux har rätt. Pollux har åldrats 16 år, medan Castor bara åldrats 13,9 år.
- b) Castor och Pollux är *inte* likvärdiga observatörer: endast Pollux är inertialobservatör. Castor byter ju hastighet, och därmed inertialsystem, när han vänder tillbaka till jorden. Precis innan Castor vänder anser han att 6 år har förflutit på jorden. Precis efter att han vänt anser han att 10 år har förflutit på jorden. Se vidare boken sid 47-49.

8.

- a) Frun håller inte med: hon tycker att garaget blir längdkontraherat till längden $3L_0/8$.
- b) Ingen vinner vadet, eller möjligen frun, eftersom garaget (och/eller bilen) går sönder. Frun i bilen ser bilens fram köra ut ur garaget innan bilens bakdel kommer in. "Paradoxen" uppstår för att frun och mannen på grund av olika samtidighetsuppfattning beskriver det som sker på olika sätt. Se vidare boken sid 50-52.

9. $T_{\text{sol}} = 5 \cdot 10^9$ år
 $v = 30\,000$ m/s

Formeln för tidsdilatation ger $T_{\text{sol}} = \frac{T_{\text{jord}}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

Notera att det är solen som är inertialsystemet – jorden ändrar ju kontinuerligt sin hastighetsriktning i sin bana kring solen. Precis som i tvillingparadoxen är det inertialsystemets tid som ska stå i vänsterledet i tidsdilatationsformeln. Av tvillingarna är det Pollux som åldras mest på grund av att Castor byter rörelseriktning. Här är det solen som åldras mest på grund av att jorden ändrar rörelseriktning.

$$T_{\text{jord}} = T_{\text{sol}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 5 \cdot 10^9 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{30\,000}{3 \cdot 10^8}\right)^2}$$
$$\Rightarrow T_{\text{sol}} - T_{\text{jord}} \approx 25 \text{ år}$$

(Observera: För att du ska få rätt svar måste din räknare kunna hantera tal med minst 10 gällande siffror!)

10. Kakorna blir längre i rörelseriktningen. Förhållandet mellan längderna på tvären och på längden blir $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Så här kan man resonera: de cirkulära stansformarna ser degen komma farande, och enligt dem är alltså degen längdkontraherad: degen är sammantryckt på längden. Ur denna sammantryckta deg stansas runda kakor ut. Resultatet blir perfekt runda kakor *i rörelse*. Men när dessa sedan bromsas in upphör de att vara längdkontraherade på längden, och därmed även med att vara runda: de blir längre på längden än på tvären.

Om man i stället ser på det hela ur kakdegens perspektiv så är det stansformarna som rör sig och som är längdkontraherade. Men kakdegen upplever *inte* att kakstansens fram och bakdel trycks ned samtidigt. Därför är det enklare att betrakta det hela ur formarnas perspektiv.