Svar till instuderingsfrågor 3

1. En klocka som rör sig i förhållande till en observatör går enligt denne för långsamt, dvs. långsammare än en likadan klocka som befinner sig i vila i förhållande till observatören.

2. Ett föremål som rör sig i förhållande till en observatör är enligt denne kortare i sin rörelseriktning än ett likadant föremål som befinner sig i vila i förhållande till observatören.

3. Svaren på fråga 1 och 2 gäller alla inertialobservatörer, dvs. lika för alla oberoende av vilken hastighet observatören har. Med andra ord: alla inertialobservatörer anser att alla andras klockor och linjaler går för långsamt respektive är för korta. I den meningen är alla likvärdiga, i enlighet med relativitetsprincipen. Och att två inertialobservatörer kan ha till synes motstridiga uppfattningar (t.ex. beträffande vems klocka som går långsammast) beror bara på att de utgår från olika samtidighetuppfattningar.

4.
   (a) $v = 0{,}2c$
   $L = 5{,}83 \cdot 10^{12}$ m
   $$T_{\text{jord}} = \frac{L}{v} = \frac{5{,}83 \cdot 10^{12}}{0{,}2 \cdot 3 \cdot 10^{8}} \approx 97\ 200 \text{ s} \approx 27{,}0 \text{ timmar}$$
   (b) Tidsdilatationsformeln säger oss att $T_{\text{jord}} = \dfrac{T_{\text{Astrid}}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
   Så $T_{\text{Astrid}} = T_{\text{jord}} \sqrt{1 - v^2/c^2} \approx 27{,}0\sqrt{1 - 0{,}2^2} \approx 26{,}5$ timmar
   (c)
   i. $L_{\text{Astrid}} = L\sqrt{1 - v^2/c^2} = 5{,}83 \cdot 10^{12} \cdot \sqrt{1 - 0{,}2^2} \approx 5{,}71 \cdot 10^{12}$ m
   ii. $L_{\text{Astrid}} = v \cdot T_{\text{Astrid}} = 0{,}2 \cdot 3 \cdot 10^{8}$ m/s $\cdot$ 95 200 s $\approx 5{,}71 \cdot 10^{12}$ m

5. *B*:s stav är längst. (Ur diagrammet framgår att stavarna är lika långa enligt *A*:s samtidighet. Men vi vet att *B*:s stav är längdkontraherad ur *A*:s perspektiv. Således måste dess egentliga längd (dvs. dess vilolängd) vara längre än *A*:s stav.)

6. Den uppfattade längden är $L_0/2$, där L_0 är vilolängden. Längdkontraktionsformeln ger då:
   $$\frac{L_0}{2} = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$
   Förkorta bort L_0 och lös ut v. Detta ger $v = \dfrac{\sqrt{3}\,c}{2} \approx 0{,}87\,c$.

7. $T_{\text{sol}} = 5 \cdot 10^9$ år

$v = 30\,000$ m/s

Tidsdilatationsformeln ger $T_{\text{sol}} = \dfrac{T_{\text{jord}}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

(Observera att det är solen som är inertialsystemet – jorden ändrar ju kontinuerligt sin hastighetsriktning i sin bana kring solen. Därför är det T_{sol} som ska stå i vänsterledet i formeln för tidsdilatationen. Jämför med tvillingparadoxen, kursboken sid 48.)

$$T_{\text{jord}} = T_{\text{sol}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 5 \cdot 10^9 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{30\,000}{3 \cdot 10^8}\right)^2}$$

Detta ger att $T_{\text{sol}} - T_{\text{jord}} \approx 25$ år.

8.

(a) Frun håller inte med: hon anser att garaget blir längdkontraherat till längden $3L_0/8$. (Se kursboken sid 50.)

(b) Ingen vinner vadet, eller möjligen frun, eftersom både garaget och bilen sannolikt går sönder. Enligt frun i bilen kör bilens framdel ut ur garagets bakvägg innan bilens bakdel kommer in. ”Paradoxen” uppstår eftersom frun och mannen beskriver det som sker på olika sätt, på grund av deras skilda samtidighetsuppfattningar. Se figur 3.10 på sid 50 i kursboken.

9. Kakorna blir längre i rörelseriktningen. Förhållandet mellan längderna på tvären och på längden blir $\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

Så här kan man resonera: ur de cirkulära stansformarnas perspektiv kommer degen farande förbi, och enligt dem är alltså degen längdkontraherad: den är sammantryckt på längden. Ur denna sammantryckta deg stansas perfekt runda kakor ut. Resultatet blir perfekt runda kakor i rörelse. Men när dessa sedan bromsas in upphör de att vara längdkontraherade på längden, och därmed även med att vara runda: de blir längre på längden än på tvären.

Om man istället betraktar det hela ur kakdegens perspektiv är det stansformarna som rör sig och som är längdkontraherade. Men kakdegen upplever inte att kakstansens fram och bakdel trycks ned samtidigt. Därför är det enklare att betrakta det hela ur formarnas perspektiv.